سال دهم، شماره دوم، تابستان ۱۴۰۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۶
تاریخ بازنگری: بدون نیاز به بازنگری
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۹

DOI: 10.48303/bese.2022.547017.1057

نوع مقاله: پژوهشی

استفاده از بلوک‌های پلاستیک در بررسی پایداری شبه‌استاتیکی شیروانی‌های خاکی به روش مرز بالا

عباس خوش‌زبان
دانشجوی دکتری تخصصی ژئوتکنیک، دانشکده مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

فرج‌الله عسکری (نویسنده مسئول)
دانشیار، پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران، askari@iiees.ac.ir

اورنگ فرزانه
دانشیار، دانشکده عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

تاکنون تحقیقات متعددی در زمینه بررسی پایداری شیروانی‌های خاکی در شرایط مختلف بارگذاری با استفاده از روش تحلیل حدی مرز بالا با فرض مکانیسم گسیختگی متشکل از بلوک و یا بلوک‌های صلب صورت گرفته است. با توجه به اینکه ضریب اطمینان پایداری حاصل از روش مرز بالا از ضریب اطمینان واقعی بزرگ‌تر است، هرچه مکانیسم گسیختگی فرضی مناسب‌تر باشد، جواب حاصل از روش مرز بالا کمتر و به واقعیت نزدیک‌تر خواهد بود. ازآنجاکه در تحقیق حاضر از مکانیسم گسیختگی متشکل از بلوک‌های پلاستیک استفاده شده و رفتار این نوع بلوک‌ها نسبت به بلوک‌های صلب به واقعیت نزدیک‌ترند، لذا نتایج این روش مناسب‌تر بوده است. در این مقاله با گسترش فرمولاسیون مناسب، بلوک‌های پلاستیک برای تعیین ضریب اطمینان پایداری شیروانی تحت بار زلزله مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از روش‌های مرز بالا و مرز پایین دیگر محققان مقایسه شده است. با توجه به مقایسه‌های صورت گرفته، ملاحظه می‌شود که در مسائل کاربردی دقت این روش در حد قابل قبول بوده و با افزایش زاویه شیب شیروانی و نیز ضریب شتاب افقی زلزله، جواب‌های حاصل از این روش به واقعیت نزدیک‌تر شده است.

واژگان کلیدی: تحلیل حدی مرز بالا، بلوک‌های پلاستیک، بارگذاری شبه‌استاتیکی، پایداری شیروانی، شالوده نواری.

۱- مقدمه

بررسی و تحلیل پایداری سازه‌های مختلفی نظیر سازه‌های ژئوتکنیکی و تعیین ضریب اطمینان پایداری، از جمله مسائل مهم در طراحی این سازه‌ها می‌باشد. در مسائل ژئوتکنیک، ضریب اطمینان پایداری غالباً به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$F_s = \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_d} = \frac{c}{c_d} \qquad (۱)$$

که در آن φ و c به‌ترتیب زاویه اصطکاک داخلی و چسبندگی خاک و φ_d و c_d پارامترهای مقاومتی فرضی خاک در لحظه وقوع گسیختگی (پارامترهای کاهش یافته) می‌باشند. ضریب اطمینان پایداری F_s به‌طور معمول در روش‌های حدی تعیین می‌شود. روش‌های حدی شامل تعادل حدی، خطوط مشخصه و تحلیل حدی است.

روش تعادل حدی یک روش قدیمی در تعیین ضریب اطمینان بوده که از اوایل دهه اول قرن بیستم مورد استفاده قرار گرفته است [۲-۵].

یکی از مسائل مطرح در ژئوتکنیک که با کمک روش تعادل حدی مورد تحلیل قرار گرفته است، بررسی پایداری شیروانی‌های خاکی است [۶]. این مسئله به‌صورت دو بعدی [۷] و سه‌بعدی [۸-۱۰] مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفته است. تعیین پایداری شیروانی خاکی چه به‌صورت خاک‌ریزی و یا خاک‌برداری [۱۱-۱۲] و چه به‌صورت پایدارسازی شامل استفاده از دیوار حائل [۱۳-۱۵] و یا مسلح کردن توده خاک [۱۶-۱۸] نیاز به تعیین ضریب اطمینان پایداری (رابطه ۱) دارد.

در روش تعادل حدی پایداری شیروانی‌ها با فرض سطح لغزش توده خاک در زمان ناپایداری و با تعیین نسبت مقاومت روی سطح لغزش به تنش محرک ناشی از بارهای خارجی

موجود مورد بررسی قرار می‌گیرد. بارهای محرک موجود شامل وزن توده آماده لغزش و سایر بارهای خارجی وارد بر توده خاک می‌باشند. در روش‌های اولیه [۱۹-۲۰] سطح لغزش در حالت دو بعدی به‌صورت دایره‌ای فرض شده و بحرانی‌ترین سطح لغزش متناظر با کوچک‌ترین ضریب اطمینان به دست می‌آید. این ضریب اطمینان مربوط به شیب محسوب می‌شود.

با توجه به تنوع مسائل شیب خاکی، برخی از پژوهشگران برای حالت‌های خاص، مسائل مربوط به پایداری شیروانی‌ها را بررسی نموده و با کمک پارامترهای بی‌بعد، اقدام به ترسیم نمودارهای کاربردی نموده‌اند. به‌عنوان نمونه، تیلور [۲۱] برای شیب خاکی با مصالح همگن دارای وزن مخصوص γ، چسبندگی c و زاویه اصطکاک داخلی φ و با مشخصات هندسی، شامل: ارتفاع H و زاویه شیب β پارامتر بی‌بعد λ به فرم $c/\gamma H\tan\varphi$ را معرفی نموده و برای βهای مختلف ضریب اطمینان پایداری را به‌صورت $F_s/H\tan\varphi$ در مقابل λ ارائه کرده است. پژوهشگران بعدی سعی کردند نتایج تحقیقات انجام شده را با سطوح لغزش مختلف و روش‌های تحلیلی دیگر تدقیق نمایند و یا اینکه شرایط ویژه‌ای را در مسائل پایداری وارد نمایند. شرایطی مانند وجود فشار آب منفذی در توده خاک که با کمک ضریب r_u وارد می‌شود و یا اعمال بار زلزله که به‌صورت شبه‌استاتیکی و با کمک ضرایب k_h و k_v در نظر گرفته می‌شوند [۷].

روش تحلیل حدی به شاخه‌های تحلیل مرز بالا و تحلیل مرز پایین تقسیم می‌شود. روش تحلیل حدی مرز بالا با کمک میدان سرعت قابل قبول و روش مرز پایین با کمک میدان تنش قابل قبول به تعیین ضریب اطمینان می‌پردازد. ضریب اطمینان واقعی برای هر مسئله ژئوتکنیکی از نتایج حاصل از تحلیل مرز پایین بزرگ‌تر و از مرز بالا کوچک‌تر است. از این‌رو محدوده ضریب اطمینان با داشتن مرز بالا و مرز پایین برای هر مسئله قابل تعیین است.

یکی از روش‌های متعارف در تعیین ضریب اطمینان با کمک روش مرز بالا تعیین مکانیسم گسیختگی با کمک بلوک‌های صلب است [۲۲]. این بلوک‌ها معمولاً دارای حرکت انتقالی و در برخی موارد حرکت انتقالی به همراه حرکت دورانی [۲۳] بوده‌اند.

با توسعه رایانه‌ها در اواخر قرن بیستم، از روش اجزای محدود در تحلیل حدی (FELA) استفاده شد [۲۴-۲۶]. این روش از تحلیل نسبت به بلوک‌های صلب دارای این مزیت است که می‌تواند مسائل متنوعی به لحاظ مشخصات هندسی و تنوع مصالح را حل نماید و علاوه بر این امکان تغییر شکل پلاستیک المان را فراهم آورد به‌نحوی‌که پاسخ مرز بالا و مرز پایین به یکدیگر و در نهایت به پاسخ واقعی نزدیک‌تر گردند.

افزون بر روش‌های حدی که بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار دارد، روش‌های دیگری نظیر تفاوت محدود [۲۷] و روش‌های احتمالاتی [۲۸] نیز در تعیین ضریب اطمینان به‌کار گرفته می‌شوند.

در روش پیشنهادی در این تحقیق با ایجاد تغییرات لازم و بسط روابط به‌کار گرفته شده توسط اسلوان و کلیمن [۲۹] امکان تعیین ضریب اطمینان پایداری شیروانی‌های خاکی تحت بار زلزله به‌صورت مستقیم فراهم شده است. با استفاده از این تکنیک امکان ایجاد تغییر شکل پلاستیک در بلوک‌ها وجود خواهد داشت. برای تعیین مکانیسم گسیختگی بحرانی نیز تکنیک نوینی ارائه شده و از این تکنیک در محاسبات پایداری شیروانی‌ها در حالات استاتیکی و شبه‌استاتیکی استفاده شده است.

۲- کاربرد بلوک‌های پلاستیک در روش حدی مرز بالا

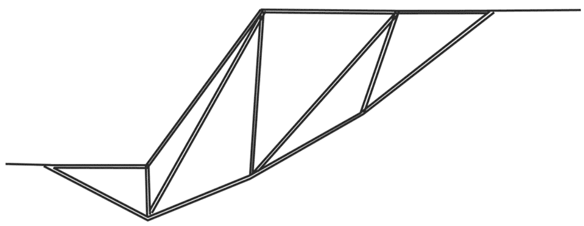
رویکرد مناسب برای به‌کارگیری روش حدی مرز بالا بر اساس اصل دراکر [۳۰] است که می‌توان با رابطه (۲) آن را نمایش داد [۱۶]:

$$\int_{A_T} T_i \dot{u}_i^u dA + \int_{V_T} F_i \dot{u}_i^u dV \le \int_V \sigma_{ij}^u \dot{\varepsilon}_{ij}^{pu} dV \qquad (۲)$$

که در آن T_i تنش سطحی وارد بر سطح A_T و F_i نیروی وزن توده خاک است. میدان سرعت مجازی $\dot{u}_i^u$ و میدان سرعت کرنش پلاستیک سازگار با آن $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pu}$ است. میدان تنش مجازی σ_{ij}^u متناظر با میدان کرنش $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pu}$، قانون جریان وابسته را برقرار می‌نماید. این رابطه همچنین بیان می‌دارد که در هر میدان سرعت

سینماتیکی قابل قبول، توان نیروهای داخلی همواره از توان نیروهای خارجی (شامل نیروی وزن و نیروهای سطحی) مربوط به یک میدان تنش سازگار بیشتر است. به بیان دیگر می‌توان گفت که با کمینه کردن طرف راست رابطه (۲) می‌توان به مرز بالای نمو کار نیروهای خارجی نزدیک‌تر شد.

در روش‌های معمول تحلیل حدی مرز بالا، مطابق شکل (۱) گوه گسیختگی با تعدادی بلوک صلب که توسط ناپیوستگی از هم جدا شده‌اند مدل‌سازی می‌گردد. با توجه به اینکه بلوک‌های صلب فقط دارای حرکت انتقالی و یا دورانی هستند، نرخ کرنش پلاستیک در درون بلوک $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pu}$ مساوی صفر شده و از این‌رو شرط میدان سینماتیک قابل قبول را داراست؛ بنابراین تنها در ناپیوستگی‌های سرعت (بین بلوک‌ها) باید شرط میدان سرعت سینماتیکی قابل قبول برقرار باشد. این مطلب باعث ساده‌سازی رابطه شرط مرز بالا می‌شود و حل مسئله، با تغییر ابعاد بلوک‌ها به‌منظور کاهش توان نیروهای داخلی و نزدیک شدن به توان نیروهای خارجی صورت می‌پذیرد. از سوی دیگر بلوک صلب می‌تواند دارای حرکت انتقالی و یا دورانی باشد که این مسئله باعث محدودیت برای میدان سرعت سینماتیکی قابل قبول خواهد شد و هماهنگی آن را با سرعت واقعی کمتر خواهد نمود.



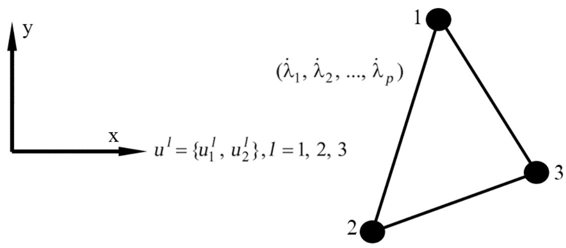
شکل (۱): مدل‌سازی محدوده گسیختگی با کمک بلوک و ناپیوستگی.

فلسفه استفاده از بلوک‌های پلاستیک این است که بلوک علاوه بر حرکت انتقالی و دورانی، تغییر شکل پلاستیک هم می‌تواند داشته باشد. از این‌رو نرخ کرنش پلاستیک درون بلوک $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pu}$ غیر صفر شده بنابراین شرط میدان سینماتیکی قابل قبول هم درون بلوک و هم در ناپیوستگی بایستی برقرار باشد و حل مسئله به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول تغییر ابعاد بلوک به‌منظور کاهش توان نیروهای داخلی و بخش دوم تغییر میدان سرعت درون بلوک برای رسیدن به‌سرعت سینماتیکی قابل قبول و کاهش توان نیروهای داخلی برای این میدان سرعت.

اگرچه این عملیات حل مسئله را دشوارتر می‌کند در مقابل به علت اینکه بلوک پلاستیک امکان تغییر شکل بلوک‌ها را فراهم می‌کند، لذا میدان سرعت سینماتیکی قابل قبول هماهنگی بهتری با میدان سرعت سینماتیکی واقعی خواهد داشت و پاسخ مناسب‌تری نسبت به بلوک صلب به دست خواهد داد.

۳- تعیین ضریب اطمینان مبتنی بر روش بلوک‌های پلاستیک

به‌منظور استخراج فرمولاسیون مرتبط با کاربرد بلوک‌های پلاستیک، گوه‌ها مشابه المان‌های مثلثی به‌کار گرفته شده توسط اسلوان و کلیمن [۲۹] فرض می‌شود (شکل ۲). هرکدام از گره‌ها دارای دو متغیر سرعت مستقل و هر بلوک دارای p پارامتر سرعت پلاستیک شدن هستند (پارامتر سرعت پلاستیک شدن در ادامه تشریح می‌شود).



شکل (۲): بلوک پلاستیک مثلثی خطی سه گرهی.

تغییرات بردار سرعت در درون هر یک از بلوک‌ها را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$u = \sum_{i=1}^{3} N_i u_i \; ; \; v = \sum_{i=1}^{3} N_i v_i \qquad (۳)$$

که در آن (u_i, v_i) مؤلفه‌های سرعت گرهی به‌ترتیب در راستای x و y بوده و N_i توابع شکل خطی هستند. توابع شکل که به آنها توابع تقریب و یا توابع درون‌یابی نیز گفته می‌شود، به‌منظور تقریب زدن پارامترهای یک مسئله واقعی در مدل‌سازی‌های عددی به کار می‌روند.

برای ایجاد یک میدان سرعت سینماتیکی قابل قبول، از قانون جریان وابسته استفاده شده است. برای تغییر شکل یک توده خاکی با رفتار صلب- پلاستیک و در حالت کرنش مسطح، فرم قانون جریان وابسته به‌صورت زیر است:

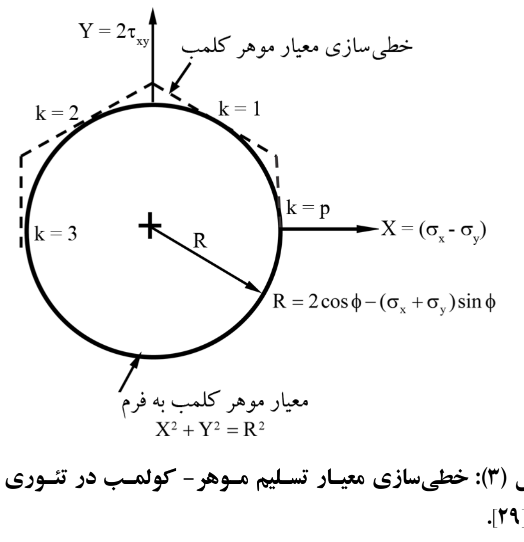
$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}\ ;\ \dot{\varepsilon}_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma_y}\ ;$$
$$\dot{\gamma}_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} \tag{۴}$$

که در آن $\dot{\lambda}$، پارامتر سرعت پلاستیک شدن بوده و بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. معیار تسلیم موهر-کولمب در مسائل کرنش مسطح (دو بعدی) برابر خواهد بود با:

$$F = \left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + (2\tau_{xy})^2 -$$
$$(2c.\cos\phi - (\sigma_x + \sigma_y).\sin\phi)^2 = 0 \tag{۵}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، رابطه (۵) یک رابطه غیرخطی بر حسب تنش‌های گرهی است که با در نظر گرفتن رابطه (۶) می‌توان آن را به‌صورت یک دایره نمایش داد (شکل ۳).

$$X = \left(\sigma_x - \sigma_y\right)\ ;\ Y = (2\tau_{xy}) \tag{۶}$$



شکل (۳): خطی‌سازی معیار تسلیم موهر- کولمب در تئوری مرز بالا [۲۹].

یک دایره را می‌توان با یک چند ضلعی محیطی (بیرونی) و یا محاطی (درونی) تقریب زد. به دلیل اینکه بار حدی حاصل از تئوری مرز بالا از بار گسیختگی واقعی بیشتر و یا با آن برابر است، در خطی‌سازی معیار موهر- کولمب باید از چند ضلعی محیطی استفاده شود. شکل (۳) یک p ضلعی منتظم را که بر دایره‌ی موهر- کولمب محیط شده و تقریبی خطی از معیار موهر- کولمب است، نشان می‌دهد. اکنون می‌توان معیار گسیختگی را به فرم زیر نوشت [۲۹]:

$$F_k = A_k\sigma_x - B_k\sigma_y + C_k\tau_{xy} - 2c.\cos\varphi = 0;$$
$$k = 1, 2, \ldots, p \tag{۷}$$

که‌پارامترهای‌آن عبارتند از:

$$A_k = \cos(\alpha_k) + \sin\varphi;$$
$$B_k = \sin\varphi - \cos(\alpha_k);$$
$$C_k = 2\sin(\alpha_k)$$

با توجه به اینکه در تعیین ضریب اطمینان فرض می‌شود که در لحظه گسیختگی خاک، پارامترهای کاهش یافته c_d و φ_d به‌جای مشخصات واقعی مقاومت خاک φ و c قرار می‌گیرند. آنگاه ضرایب A_k، B_k و C_k به‌صورت زیر تبدیل خواهند شد:

$$A_k = \cos(\alpha_k) + \sin\phi_d;$$
$$B_k = \sin\phi_d - \cos(\alpha_k);$$
$$C_k = 2\sin(\alpha_k)$$

با تغییر دادن رابطه (۱) به‌صورت $\sin\phi_d = \dfrac{\tan\phi}{\sqrt{{F_s}^2 + \tan^2\phi}}$ رابطه به فرم زیر تبدیل می‌گردد:

$$A_k = \cos(\alpha_k) + \frac{\tan\phi}{\sqrt{{F_s}^2 + \tan^2\phi}};$$
$$B_k = \frac{\tan\phi}{\sqrt{{F_s}^2 + \tan^2\phi}} - \cos(\alpha_k); \tag{۸}$$
$$C_k = 2\sin(\alpha_k)$$

برای تابع‌تسلیم خطی شده، قانون‌جریان وابسته برای کرنش‌های پلاستیک به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma_x} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k\frac{\partial F_k}{\partial \sigma_x} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k A_k$$
$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma_y} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k\frac{\partial F_k}{\partial \sigma_y} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k B_k;\ \dot{\lambda}_k \geq 0 \tag{۹}$$
$$\dot{\gamma}_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k\frac{\partial F_k}{\partial\partial \tau_{xy}} = \sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k C_k$$

که در رابطه فوق $\dot{\lambda}_k$، پارامتر سرعت پلاستیک شدن غیر منفی، متناظر با ضلع kام چند ضلعی است. فرم دیفرانسیلی رابطه (۹) به‌صورت رابطه (۱۰) نوشته می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial N_i}{\partial x}u_i-\sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k A_k=0$$

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial N_i}{\partial y}v_i-\sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k B_k=0;\quad \dot{\lambda}_k\geq 0 \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial N_i}{\partial x}v_i+\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial N_i}{\partial y}u_i-\sum_{k=1}^{p}\dot{\lambda}_k C_k=0$$

فرم ماتریسی قید جریان‌پلاستیک بالا به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$a_{11}x_1-a_{12}x_2=0 \qquad (۱۱)$$

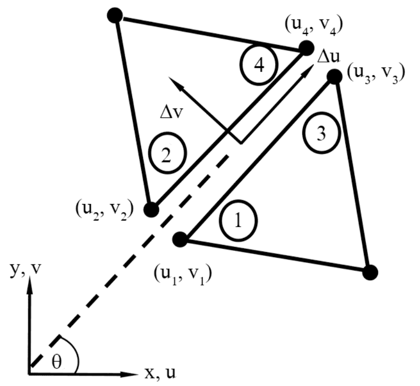
جزئیات مرتبط با هر یک از این ماتریس‌ها در پیوست A ارائه شده است.

بدین‌ترتیب، معیار موهر-کولمب که توسط p ضلعی منتظم خطی‌سازی شده است، از طریق رابطه (۱۱) برای هر بلوک مثلثی سه گرهی، سه معادله خطی برای هر بلوک بر پا می‌کند و برای اینکه شرط نامنفی بودن پارامترهای سرعت پلاستیک شدن برقرار شود به تعداد این پارامترها یعنی p عدد، نامعادله خطی به فرم زیر ایجاد می‌کند:

$$x_2\geq 0$$

دیده می‌شود که از طرفی F_s مجهول مسئله تعیین ضریب اطمینان پایداری است و از سوی دیگر در رابطه (۸) و در تعیین ضرایب A_k، B_k و C_k به مقدار آن نیاز است. برای حل این مشکل از یک روش سعی و خطا استفاده خواهد شد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

در شکل (۴) یک نمونه ناپیوستگی سرعت نشان داده شده است. در این شکل ناپیوستگی در ضلع مشترک بین دو مثلث مجاور با زوج گره های (۱،۲) و (۳،۴) و با ضخامت صفر تعریف شده است. به منظور ایجاد ناپیوستگی سینماتیکی قابل‌قبول در ضلع مشترک دو بلوک مجاور، نیاز به اعمال قیودی اضافی بر روی سرعت‌های گروهی مربوطه است. در یک ناپیوستگی سینماتیکی قابل‌قبول، پرش‌های سرعت نرمال و برشی برای هر ناپیوستگی بایستی قانون جریان را ارضا نمایند. این قانون برای معیار تسلیم موهر-کولمب به صورت رابطه (۱۲) است:



شکل (۴): هندسه ناپیوستگی سرعت.

$$\Delta v=|\Delta u|\tan\phi_d \qquad (۱۲)$$

که در آن Δv پرش سرعت نرمال و Δu پرش سرعت مماس بر امتداد ناپیوستگی می‌باشند. قدر مطلق در طرف راست معادله فوق ضروری بوده، زیرا برای یک زاویه اصطکاک داخلی غیر صفر، همواره اتساع صرف‌نظر از جهت برش مماسی اتفاق می‌افتد. قیود لازم برای برقراری قانون جریان در هر جفت گره روی ناپیوستگی به فرم ماتریسی زیر نوشته می‌شود:

$$a_{21}x_1-a_{23}x_3=0 \qquad (۱۳)$$

اکنون پس از کمینه کردن انرژی مصرف شده در محیط و ناپیوستگی‌های، آن را مساوی کار خارجی انجام شده توسط نیروی حجمی F_i و نیروی سطحی T_i تحت اثر میدان تغییر مکان مفروض $\dot{u}_i^u$ قرار داده و به رابطه (۱۴) می‌توان رسید:

$$\int_{A_T}T_i\dot{u}_i^u dA+\int_{V_T}F_i\dot{u}_i^u dV=\int_V\sigma_{ij}^u\dot{\varepsilon}_{ij}^{pu}dV \qquad (۱۴)$$

سمت چپ رابطه (۱۵) به فرم ماتریسی (پیوست A) این‌گونه است:

$$T_{41}X_1+F_{51}X_1 \qquad (۱۵)$$

سمت راست رابطه (۱۴) توان مصرفی توسط جریان پلاستیک در محیط، شامل توان مصرفی در تک‌تک بلوک‌ها و توان مصرفی در ناپیوستگی‌های است که فرم ماتریسی توان مصرفی در بلوک‌ها و توان مصرفی در ناپیوستگی سرعت به‌ترتیب با روابط (۱۶) و (۱۷) بیان می‌شوند:

$$P_c=c_2^T x_2 \qquad (۱۶)$$

$$P_d = c_3^T x_3 \quad (۱۷)$$

در پیوست A ماتریس‌های این دو رابطه نیز تعریف شده‌اند.

اکنون می‌توان رابطه (۱۴) را به فرم ماتریسی بازنویسی نمود:

$$T_{41}X_1 + F_{51}X_1 = \frac{1}{F_s}C_3^T X_3 + \frac{1}{F_s}C_2^T X_2$$

و یا:

$$F_s\left(T_{41}X_1 + F_{51}X_1\right) = C_3^T X_3 + C_2^T X_2 \quad (۱۸)$$

قید زیر در رابطه (۱۸) در نظر گرفته می‌شود:

$$T_{41}X_1 + F_{51}X_1 = DOWN$$

در قید فوق، DOWN یک عدد مثبت و حقیقی است و جهت سادگی مساوی واحد فرض می‌شود. بدین‌ترتیب، شکل ساده‌تر رابطه (۱۸)، رابطه (۱۹) خواهد شد:

$$F_s = C_3^T X_3 + C_2^T X_2 \quad (۱۹)$$

و با آن، می‌توان ضریب اطمینان را تعیین نمود. با توجه به فرم ماتریسی مجموعه معادلات و نامعادلات و تابع هدف، حل عددی تئوری مرز بالا به یک مسئله بهینه‌یابی مشروط (مقید) منجر می‌شود که به‌صورت زیر بیان می‌گردد و با برنامه‌ریزی خطی امکان محاسبه آن وجود دارد:

$$\begin{aligned}
&\text{Minimize} && C_2^T X_2 + C_3^T X_3 \\
&\text{Subject to} && A_{11}X_1 + A_{12}X_2 = 0 \\
& && A_{21}X_1 + A_{23}X_3 = 0 \\
& && T_{41}X_1 + F_{51}X_1 = DOWN \\
& && X_2 \ge 0 \\
& && X_3 \ge 0
\end{aligned} \quad (۲۰)$$

در رابطه فوق، X_1 بردار کلی سرعت‌های گرهی، X_2 بردار کلی پارامترهای سرعت پلاستیک شدن و X_3 بردار کلی پارامترهای ناپیوستگی است. کمینه تابع هدف UP نام‌گذاری می‌شود:

$$UP = \text{minimum}(C_3^T X_3 + C_2^T X_2) \quad (۲۱)$$

و در نهایت ضریب اطمینان از رابطه (۲۲) تعیین می‌گردد:

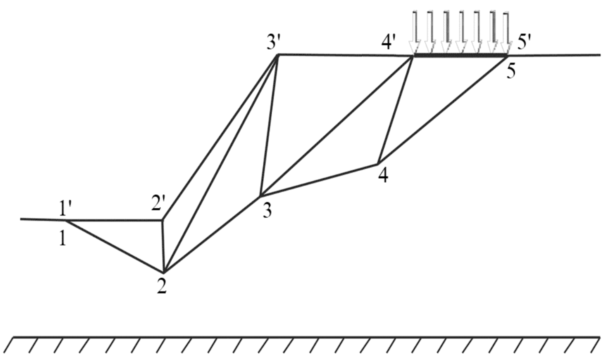
$$F_s = \frac{UP}{DOWN} \quad (۲۲)$$

نکته‌ای که باقی می‌ماند این است که برای کمینه کردن تابع هدف نیاز به تعیین ماتریس‌های A_{12}، A_{23} و C_2^T می‌باشد که این ماتریس‌ها وابسته به مقدار F_s می‌باشند. لذا برای تعیین ضریب F_s از یک روند چرخه‌ای استفاده می‌شود که ابتدا یک مقدار اولیه برای F_s که بهتر است مقدار یک باشد، انتخاب شده سپس با تعیین ماتریس‌های یاد شده و کمینه کردن تابع هدف، مقادیر X_1، X_2 و X_3 تعیین گردد آنگاه از طریق رابطه (۲۲) مقدار F_s جدید تعیین شده و روند چرخه‌ای با این مقدار تا رسیدن به مقدار مطلوب F_s ادامه یابد. گفتنی است که چون این روند چرخه‌ای درون یک چرخه دیگر که همان تغییر موقعیت گره‌هاست، صورت می‌پذیرد، بهتر است که با جابه‌جایی گره‌ها در هر چرخه، مقدار اولیه برای F_s، همان مقدار F_s نهایی در چرخه قبلی جابه‌جایی باشد تا سرعت همگرایی F_s بیشتر شود.

۴- روش بهینه‌یابی

در شکل (۵)، شالوده‌ای نزدیک شیروانی که منطقه گسیختگی آن با بلوک‌های پلاستیک مدل‌سازی شده، مشاهده می‌شود. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود، توده خاک بر روی یک بستر سنگی قرار گرفته است و لذا بخشی که به مرحله گسیختگی خواهد رسید هرگز از این مرز عبور نخواهد کرد. منطقه گسیختگی با بلوک‌های مثلثی مطابق شکل (۵) مدل‌سازی می‌گردد.

می‌توان مطابق شکل (۵) نقاط رویه (سطح زمین) و سطح لغزش را شماره‌گذاری نمود. سطح لغزش با شماره‌های ۱ تا ۵ مشخص می‌گردد.



شکل (۵): شماره‌گذاری نقاط سطح رویه و نقاط روی سطح لغزش.

همان‌گونه که در شکل (۵) ملاحظه می‌شود، نقاط ابتدا و انتهای رویه با سطح لغزش یکسان هستند و این نقاط از رویه ('۱ و '۵)، می‌توانند در مراحل بهینه‌یابی و در امتداد سطح رویه از جای خود جابه‌جا شوند. نقاط دیگر رویه کاملاً ثابت هستند.

نقاط سطح لغزش (غیر از نقاط ابتدایی و انتهایی) می‌توانند در هر دو جهت افقی و قائم جابه‌جا شوند مشروط بر اینکه از سطح رویه بالاتر و از سنگ بستر هم پایین‌تر نروند. همچنین مساحت هر یک از المان‌ها با این جابه‌جایی، کوچک‌تر از صفر نشود. برای سادگی فرض می‌شود مختصه قائم سنگ بستر بر صفر مختصات منطبق است. از این‌رو مختصه دوم نقاط سطح لغزش نمی‌تواند هرگز منفی باشد.

اکنون بردار $\{X\}$ این‌گونه تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &X_i = x_i; \\ &i = 1,\dots,n; \\ &X_{n+2*j-1} = x_j; \\ &X_{n+2*j} = y_j; \quad j = 1,\dots,n \end{aligned} \tag{۲۳}$$

در این رابطه؛ n تعداد گره‌ها روی سطح لغزش که برابر تعداد گره‌ها روی رویه نیز می‌باشد، x_j و y_j مختصه اول و دوم گره j واقع بر سطح لغزش و x_i مختصه اول گره i روی رویه است. مختصه دوم گره i با کمک هندسه رویه قابل تعیین است (این مختصه در بردار $\{X\}$ آورده نشده است). مقدار اولیه بردار $\{X\}$، $\{X_0\}$ نامیده می‌شود.

برای جابه‌جایی گره‌ها می‌توان بردار جابه‌جایی نرمال شده $\{S\}$ را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} &S_i = \Delta x_i; \qquad i = 1,\dots,n \\ &S_{n+2*j-1} = \Delta x_j; \\ &S_{n+2*j} = \Delta y_j; \qquad j = 1,\dots,n \end{aligned} \tag{۲۴}$$

تابع $E(X)$ (تابع ضریب اطمینان) به‌صورت رابطه (۲۵) و با توجه به رابطه (۲۲) تعریف می‌گردد.

$$E(X) = F_s = \frac{UP}{DOWN} \tag{۲۵}$$

در مرحله اول، این تابع با استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی محاسبه می‌شود (روابط ۲۰ تا ۲۲). آنگاه فرض می‌گردد که $E(\eta) = E(X_0 + \eta_S)$ مقدار تابع ضریب اطمینان است که به‌صورت موضعی در اطراف $\{X_0\}$ کمینه شده است و باید رابطه (۲۶) را برقرار نماید:

$$\frac{dE}{d\eta}(\eta) = 0 \tag{۲۶}$$

سپس با حل رابطه (۲۶)، η^* که مقدار بهینه η است، به دست می‌آید اما از آنجاکه در مسئله مورد طرح در این پژوهش امکان تعیین صریح تابع $E(\eta)$ وجود ندارد، روش درون‌یابی برای یافتن مقدار η^* مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش، روش درون‌یابی درجه دوم مناسب می‌باشد [۳۱].

اکنون با یادآوری مجدد مسئله طرح شده می‌توان بیان کرد اگر تابع حاصل از کمینه شدن در مرحله اول تابع ضریب اطمینان به‌صورت $E(X)$ باشد، آنگاه فرض می‌گردد که برداری مانند $\{X^*\}$ وجود دارد که بتواند از میان بردارهای موجود در فضای قابل قبول، تابع $E(X)$ را کمینه کند.

یکی از روش‌های به دست آوردن این بردار، استفاده از گرادیان تابع است، زیرا گرادیان دارای این خاصیت مهم است که اگر از هر نقطه شروع در فضای برداری، مانند بردار $\{X_0\}$؛ در جهت گرادیان حرکت کنیم مقدار تابع با بیشترین نرخ افزایش همراه است (در خلاف آن همراه با بیشترین نرخ کاهش همراه است) هرچند این خاصیت موضعی است.

به‌عبارت‌دیگر؛ اگر در یکی از مراحل بهینه‌یابی، $\bar{\mathbf{X}}^*$ برداری در فاصله محدودی اطراف بردار $\mathbf{X}_0$ باشد که تابع E را به‌صورت موضعی کمینه کند آنگاه می‌توان نوشت $\bar{\mathbf{X}}^* = \mathbf{X}_0 + \eta\mathbf{S}$ که در آن $\mathbf{S} = -\nabla E(\mathbf{X}_0)$ و η یک کمیت اسکالر و مثبت است. اگر بردار S به نسبت طول آن نرمالیزه شود آنگاه η بین صفر تا یک خواهد بود. استفاده از منفی گرادیان به‌عنوان یک جهت برای کمینه‌سازی، اولین بار توسط کوشی در سال ۱۸۴۷ صورت گرفت [۳۱]. در این روش، از یک نقطه آزمون اولیه X_i شروع و به‌طور تکراری طبق قاعده زیر به سمت نقطه بهینه حرکت می‌شود:

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \eta_i^*\mathbf{S}_i = \mathbf{X}_i - \eta_i^*\nabla E_i \tag{۲۷}$$

و η^* طول گام بهینه در امتداد جهت جستجوی $\mathbf{S}_i = -\nabla E_i$ است. معیار زیر را می‌توان برای پایان دادن به فرآیند تکراری مورد

استفاده قرار داد:

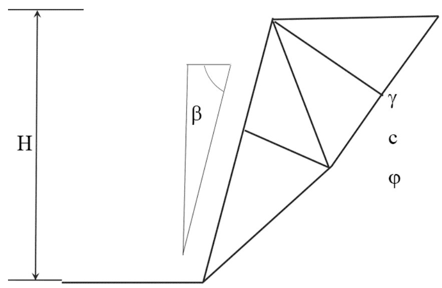
$$\left|\frac{E(\mathbf{X}_{i+1})-E(\mathbf{X}_i)}{E(\mathbf{X}_i)}\right| \le \varepsilon \qquad (۲۸)$$

برای تسریع روش فوق تعدیل‌هایی پیشنهاد شده که یکی از مؤثرترین آنها روش PARTAN (تانژانت‌های موازی) است.

۵- حل مسائل عددی

۵-۱- بررسی پایداری استاتیکی شیروانی خاکی

همان‌گونه که پیش از این بیان شد، پایداری شیب یکی از مسائل مهم در ژئوتکنیک است که مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. ازآنجاکه تنوع این نوع از مسائل زیاد است. هر گروه از پژوهشگران به نوع خاصی از آن توجه نموده‌اند. یکی از مسائل قابل توجه به این صورت است که یک شیب با زاویه β که از یک خاک همگن با مشخصات: وزن مخصوص γ، چسبندگی c و زاویه اصطکاک داخلی φ تشکیل شده است و این شیب به ارتفاع H و بر روی لایه‌ای از همین خاک با عمق بی‌نهایت واقع شده است (شکل ۶).



شکل (۶): پارامترهای هندسی و مقاومت مصالح در شیروانی خاکی با مشخصات همگن.

تمامی پارامترها شامل پارامترهای هندسی نظیر β و H و پارامترهای مقاومتی نظیر c، γ و φ در پایداری مؤثر هستند و بنابراین ضریب اطمینان وابسته به این پارامترها خواهد بود.

$$F_s = f(\beta, c, \gamma, H, \varphi) \qquad (۲۹)$$

برای برخی از روش‌های تحلیل نظیر تعادل حدی امکان رسیدن به پاسخ تحلیلی (closed-form) وجود داشته است. در این پاسخ‌ها امکان جداسازی پاسخ بر اساس جملات بی‌بعد فراهم شده است [۲۱].

$$\frac{F_s}{\tan\varphi} = g(\beta, \frac{c}{\gamma H \tan\varphi}) \qquad (۳۰)$$

که با در نظر گرفتن:

$$\lambda = \frac{c}{\gamma H \tan\varphi}$$

به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$\frac{F_s}{\tan\varphi} = g(\beta, \lambda) \qquad (۳۱)$$

لی و همکاران [۱۰] محاسبات مربوط به پایداری شیب را به‌صورت دو بعدی و سه‌بعدی با کمک روش اجزای محدود خطی و برنامه‌ریزی غیرخطی انجام دادند. روش تعیین ضریب اطمینان با کمک بلوک‌های پلاستیک که در این مقاله ارائه شده است، امکان تحلیل شیب‌های همگن در حالت دو بعدی را فراهم می‌کند. لذا مقایسه نتایج این دو روش در تعیین ضریب اطمینان از پایداری شیب برای زوایای $\beta = ۴۵°$ و $\beta = ۶۰°$ برای λهای مختلف در جدول (۱) به نمایش گذاشته شده است.

جدول (۱): مقایسه نتایج ضریب اطمینان از پایداری شیب برای λهای مختلف در زاویه شیب $\beta = ۴۵°$ و $\beta = ۶۰°$.

β	H (متر)	ϕ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(ϕ)] لی و همکاران [۱۰] LB	UB	بلوک پلاستیک	تفاوت با بلوک پلاستیک (درصد) LB	UB
۴۵	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۶۶۲	۲/۷۳۱	۲/۸۷۱	۷/۴۶	۴/۹۸
		۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۳/۲۶۲	۳/۳۲۳	۳/۵۲۲	۷/۳۲	۵/۴۹
		۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۴/۴۹۸	۴/۶۶۴	۴/۸۵۷	۶/۹۲	۳/۸۵
		۲۵	۶۰	۱۵	۰.۷۱	۶/۲۳۳	۶/۴۹	۶/۷۸۴	۷/۹۱	۴/۱۱
		۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۹/۵۲۲	۹/۸۲۲	۱۰/۲۸۱	۷/۲۷	۴/۳۶
		۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۳/۴۰۲	۱۳/۸۷	۱۴/۴۷۶	۷/۴۵	۳/۹۲

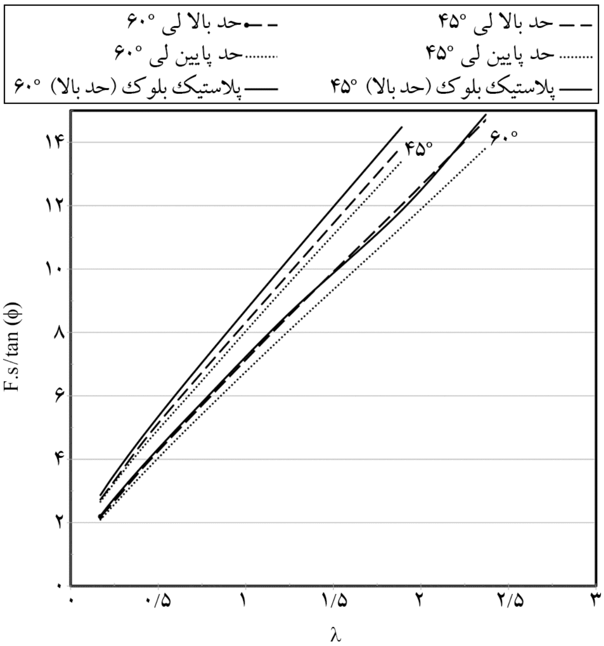
ادامه جدول (۱).

β	H (متر)	ϕ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(ϕ)] لی و همکاران [۱۰] LB	لی و همکاران [۱۰] UB	بلوک پلاستیک	تفاوت با بلوک پلاستیک (درصد) LB	UB
۶۰	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۰۹۵	۲/۱۹۵	۲/۲۱۷	۵/۱۶	۰/۶۵
		۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۵۷۹	۲/۶۷۹	۲/۷۷	۶/۹۸	۳/۱
		۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۳/۶۴۱	۳/۸۴۱	۳/۹۰۹	۶/۶۷	۱/۹
		۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۵/۲۰۷	۵/۴۷۶	۵/۵۶۱	۶/۱۸	۱/۵۴
		۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۸/۰۲۴	۸/۴۹۸	۸/۵۶۵	۶/۱۱	۰/۴۴
		۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۱/۳۲۶	۱۲/۰۲۶	۱۱/۸۵۳	۴/۳۱	۱/۴۴

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود پاسخ مرز بالا و مرز پایین لی و همکاران [۱۰] با روش بلوک‌های پلاستیک مقایسه شده است. برای زوایای شیب یاد شده مشخصات مصالح به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که بتوان حداقل در شش نقطه کلیدی ضریب بدون بعد λ را ارائه داد.

همان‌گونه که در شکل (۶) مشاهده می‌شود، شیب با تعداد چهار بلوک مدل‌سازی شده است. درحالی‌که لی و همکاران [۱۰] با حدود ۲۵۰ المان تحلیل را صورت داده‌اند. از جدول (۱) و نمودار شکل (۷) که به‌صورت ترسیمی مقایسه را نشان می‌دهد، می‌توان به نتایج زیر رسید:

۱. برای کلیه حالات حداکثر اختلاف بین حد بالای روش بلوک‌های پلاستیک که مرز بالا می‌باشد و روش مرز پایین لی و همکاران [۱۰] کمتر از ۸ درصد است. این مقدار اختلاف برای زاویه اصطکاک داخلی ۱۰ درجه و چسبندگی ۶۰ کیلونیوتن بر مترمربع می‌باشد که با فرض بسیار محافظه‌کارانه، اگر پاسخ دقیق مساوی پاسخ مرز پایین و ضریب اطمینان واقعی ۱/۶۸ باشد که مطابق جدول (۱) در روش بلوک پلاستیک ۱/۸۲۴ تعیین شده است. این حالت معادل این است که زاویه اصطکاک داخلی به‌جای ۱۰ درجه، ۱۰/۸۴درجه و یا چسبندگی به‌جای ۶۵/۶۰ کیلونیوتن بر مترمربع در نظر گرفته شده باشد که با توجه به شرایط تخمین پارامترهای مقاومتی خاک حتی در این شرایط هم خطا به‌راحتی قابل چشم‌پوشی است.



شکل (۷): نمودار مقایسه ضریب اطمینان شیب مسئله [۱۰] با روش پیشنهادی برای β = ۴۵° و β = ۶۰°.

۲. در زاویه شیب ۴۵ درجه اختلاف بین مرز بالای روش بلوک‌های پلاستیک با مرز بالای روش لی و همکاران [۱۰] حدود ۳ درصد و در زاویه شیب ۶۰ درجه کمتر از یک درصد است به سخن دیگر، با افزایش شیب، خطای روش پیشنهادی تقریباً با روش لی و همکاران [۱۰] یکسان است (دو منحنی بر روی هم قرار گرفته‌اند).

۵-۲- بررسی پایداری شبه‌استاتیکی شیروانی خاکی

تعیین ضریب اطمینان پایداری شیروانی در زمان وقوع زلزله

یکی از مواردی است که همواره مورد توجه بوده است به‌ویژه اینکه مؤلفه افقی شتاب زلزله اثرات ویرانگری از خود به‌جا می‌گذارد. در پایداری شیب معمولاً از اثرات زمانی شتاب صرف‌نظر شده و ضریب k_h به‌صورت نسبت شتاب افقی به شتاب جاذبه زمین به‌کار گرفته می‌شود. پژوهشگران از ضرایب k_h ۰، ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ برای بررسی اثر شتاب زلزله از کم تا زیاد بر روی شیب استفاده کردند و به ترسیم نمودارهای کاربردی اقدام نمودند [۷].

در این تحقیق نیز از همین مقادیر برای ضرایب k_h استفاده شده و مسئله برای حالت اعمال شتاب افقی زلزله با همان مقادیر λ و همان زوایای شیب (β = ۴۵° و β = ۶۰°) حل شده است. برای آنکه امکان مقایسه فراهم شود از نرم‌افزار OptumG2 استفاده شده است [۳۲]. این نرم‌افزار بر اساس روش تحلیل حدی اجزای محدود کدنویسی شده و در آن امکان تحلیل به روش مرز بالا و مرز پایین تحلیل حدی فراهم گردیده است. با انتخاب تعداد ۱۰۰۰۰ المان که امکان بهینه شدن ابعاد را در طی روند تحلیل دارند، پاسخ مرز پایین و مرز بالا به هم و در نتیجه به مقدار دقیق نزدیک می‌گردد. از این‌رو، استفاده از این نرم‌افزار کمک می‌کند که پاسخ به‌دست‌آمده از روش بلوک‌های پلاستیک، امکان مقایسه با پاسخ دقیق را داشته باشد.

جدول (۲) مقایسه نتایج تحلیل را در حالت استاتیکی نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد پاسخ روش بلوک پلاستیک با پاسخ دقیق (متوسط مرز بالا و مرز پایین OptumG2) اختلافی مشابه حالت قبل دارد از این‌رو می‌توان در سایر حالات نیز با اطمینان از آن استفاده نمود.

در جدول (۳) مقایسه نتایج در حالت k_h = ۰/۱ ارائه شده است. ملاحظه می‌گردد که اختلاف بین پاسخ بلوک پلاستیک و میانگین مرز بالا و پایین در حدود یک درصد، نسبت به حالت استاتیکی کاهش یافته است.

جدول (۴) برای k_h = ۰/۲ و جدول (۵) برای k_h = ۰/۳ نیز نشان از کاهش اختلاف می‌دهد. به‌استثنای اینکه در جدول (۵) برای λ مساوی ۱/۸۹ به علت اینکه در این حالت و در لحظه ناپایداری؛ منطقه گسیختگی علاوه بر شیب، بستر زیر شیب را هم شامل می‌شود، اختلاف زیادتر می‌گردد. گفتنی است که در تمامی حالات با تعداد چهار بلوک پلاستیک تحلیل صورت پذیرفته است.

جدول (۲): مقایسه ضریب اطمینان پایداری شیب برای λهای مختلف در زاویه شیب β = ۴۵° و β = ۶۰° در شرایط استاتیکی.

k_h	β	H (متر)	φ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(φ)] OptumG2 LB	OptumG2 UB	پلاستیک بلوک	تفاوت بین متوسط OptumG2 و پلاستیک بلوک (درصد)
۰	۴۵	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۶۹۲	۲/۷۳۸	۲/۸۷۱	۵/۴۳
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۳/۲۷۹	۳/۳۳	۳/۵۲۱	۶/۱۵
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۴/۵۱۲	۴/۵۵۷	۴/۸۵۷	۶/۶۴
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۶/۲۴۵	۶/۳۲۲	۶/۷۸۳	۷/۳۶
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۹/۴۱۲	۹/۵۵	۱۰/۲۷۸	۷/۷۵
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۳/۱۴	۱۳/۳۱	۱۴/۴۷۹	۸/۶۶
	۶۰	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۱۰۸	۲/۱۴۲	۲/۲۳۱	۴/۷۵
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۶۲۵	۲/۶۷۲	۲/۷۸۷	۴/۹۷
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۳/۷۰۶	۳/۷۶۲	۳/۹۰۸	۴/۴۵
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۵/۲۲۲	۵/۲۹۷	۵/۵۵۹	۵/۳۹
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۸/۰۲۸	۸/۱۲۸	۸/۵۶۴	۵/۶۷
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۱/۳۹۴	۱۱/۵۷۵	۱۲/۲۲۷	۶/۰۷

جدول (۳): مقایسه ضریب اطمینان پایداری شیب برای λهای مختلف در زاویه شیب °۴۵ = β و °۶۰ = β در شرایط شبه‌استاتیکی ۰/۱ = k_h.

k_h	β	H (متر)	ϕ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(ϕ)]			تفاوت بین متوسط OptumG2 و پلاستیک بلوک (درصد)
							OptumG2		پلاستیک بلوک	
							LB	UB		
۰/۱	۴۵	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۳۲۵	۲/۳۶۹	۲/۴۶۱	۴/۶۳
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۸۴۶	۲/۸۷۴	۳/۰۱۵	۵/۱۴
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۳/۹	۳/۹۳۷	۴/۱۴۷	۵/۵۱
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۵/۳۹۳	۵/۴۳۸	۵/۷۶۶	۶/۰۸
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۸/۰۸۴	۸/۱۵۸	۸/۶۹۲	۶/۵۷
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۱/۲۱۲	۱۱/۲۹۷	۱۲/۲۰۹	۷/۸۲
	۶۰	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۱/۸۶۸	۱/۸۹۷	۱/۹۵۷	۳/۸۱
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۳۲۹	۲/۳۷	۲/۴۵	۴/۱
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۳/۲۷۳	۳/۳۴۲	۳/۴۴۲	۳/۹۱
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۴/۶۵۱	۴/۷۰۱	۴/۸۹	۴/۳۸
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۷/۰۹۱	۷/۱۹۵	۷/۵۱۴	۴/۹۴
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۱۰/۰۲۷	۱۰/۱۸	۱۰/۶۹۲	۵/۵

جدول (۴): مقایسه ضریب اطمینان پایداری شیب برای λهای مختلف در زاویه شیب °۴۵ = β و °۶۰ = β در شرایط شبه‌استاتیکی ۰/۲ = k_h.

k_h	β	H (متر)	ϕ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(ϕ)]			تفاوت بین متوسط OptumG2 و پلاستیک بلوک (درصد)
							OptumG2		پلاستیک بلوک	
							LB	UB		
۰/۲	۴۵	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۲/۰۳۲	۲/۰۶۷	۲/۱۲۹	۳/۷۳
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۴۸۳	۲/۵۰۷	۲/۶۰۷	۴/۳
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۳/۳۸۶	۳/۴۲۳	۳/۵۷۶	۴/۸
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۴/۶۵۶	۴/۷۳۳	۴/۹۴۹	۵/۱۴
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۶/۹۴۲	۶/۹۷۹	۷/۴۲۳	۶/۲۳
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۹/۲۱۶	۹/۲۵	۹/۹۰۱	۶/۷۵
	۶۰	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۱/۶۵۵	۱/۶۸۲	۱/۷۲۳	۳/۱۶
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۰۶۴	۲/۱۰۱	۲/۱۶۱	۳/۶۳
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۲/۹۲۱	۲/۹۶۷	۳/۰۴۲	۳/۲۲
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۴/۱۲	۴/۱۷۵	۴/۳۱۵	۳/۸۸
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۶/۲۶۶	۶/۳۵۶	۶/۶۰۸	۴/۴۹
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۸/۸۹۳	۹/۰۱۲	۹/۳۷۱	۴/۴۷

جدول (۵): مقایسه ضریب اطمینان پایداری شیب برای λهای مختلف در زاویه شیب β = ۴۵° و β = ۶۰° در شرایط شبه‌استاتیکی k_h = ۰/۳.

k_h	β	H (متر)	ϕ	c (کیلونیوتن بر مترمربع)	γ (کیلونیوتن بر مترمکعب)	λ	F.s/[tan(ϕ)] OptumG2 LB	OptumG2 UB	بلوک پلاستیک	تفاوت بین متوسط OptumG2 و پلاستیک بلوک (درصد)
۰/۳	۴۵	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۱/۷۸۲	۱/۸۱۲	۱/۸۵۷	۳/۲۳
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۲/۱۷	۲/۲	۲/۲۷۵	۳/۹۶
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۲/۹۶	۲/۹۹۶	۳/۱۱۳	۴/۳۴
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۴/۰۵۷	۴/۱۰۷	۴/۲۸۸	۴/۸
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۵/۷۵۵	۵/۷۷۷	۶/۱۷۷	۶/۶۵
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۷/۵۴۳	۷/۵۸۳	۸/۲۱۴	۷/۹۳
	۶۰	۱۲	۳۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۱۷	۱/۴۶۲	۱/۴۹۴	۱/۵۲۱	۲/۸۳
			۲۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۲۵	۱/۸۴۶	۱/۸۷۹	۱/۹۱۴	۲/۶۹
			۱۵	۳۰	۲۱/۵۱	۰/۴۳	۲/۶	۲/۶۳۷	۲/۶۹۹	۲/۹۸
			۲۵	۶۰	۱۵	۰/۷۱	۳/۶۶۱	۳/۷۰۱	۳/۸۲۱	۳/۶۶
			۱۵	۶۰	۱۵	۱/۲۴	۵/۵۶۱	۵/۶۳۲	۵/۸۳۷	۴/۱۲
			۱۰	۶۰	۱۵	۱/۸۹	۷/۴۳۵	۷/۴۶۹	۸/۱۰۲	۸/۰۲

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش و فرمولاسیون جدیدی مبتنی بر استفاده از بلوک‌های تغییر شکل‌پذیر جهت تعیین ضریب اطمینان پایداری شیروانی‌های خاکی در شرایط استاتیکی و زلزله معرفی گردیده است. از جمله نتایج این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- روش بلوک پلاستیک در تعیین ضریب اطمینان، امکان وارد کردن هم‌زمان نیروهای حجمی (وزن توده خاک یا اثر شتاب افقی زلزله) و نیروهای سطحی (مانند بارهای وارد شده از طریق شالوده) را فراهم می‌کند. از این‌رو، امکان حل مسائل ترکیبی شالوده در کنار شیب و اثرات متقابل این دو را ممکن می‌سازد.
- بلوک پلاستیک امکان ارائه سه مکانیسم جابه‌جایی شامل انتقال، دوران و تغییر شکل را فراهم می‌کند، از این‌رو پاسخ آن مساوی و یا بهتر از پاسخ روش‌های مشابه مبتنی بر کاربرد بلوک‌های صلب خواهد بود.
- مقایسه نتایج عددی نشان می‌دهد که در بیشتر موارد اختلاف نتایج با نتایج نسبتاً دقیق کمتر از ۳ درصد و حداکثر ۹ درصد بوده است.
- برای مصالح شیروانی، هر چه چسبندگی کمتر باشد و زاویه اصطکاک داخلی بزرگ باشد، پاسخ بلوک پلاستیک دارای دقت بیشتری خواهد بود. زاویه شیب بزرگ‌تر هم باعث افزایش دقت نسبی این روش می‌شود. از سوی دیگر با افزایش ضریب شتاب افقی k_h نیز دقت روش بلوک پلاستیک بیشتر خواهد بود.
- ازآنجاکه تعداد بلوک‌های پلاستیک در سنجش‌هایی که در این مقاله صورت پذیرفته کم (چهار عدد) می‌باشند لذا دقت کافی آنها در مسائل کاربردی در کنار تعداد کم محاسبات، ارزش این روش در مسائل طراحی نظیر تعیین شیب پایدار، فاصله مناسب شالوده از شیب و... را نشان می‌دهد.

تشکر و قدردانی

این تحقیق بر اساس نتایج پروژه کد ۶۵۴ پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله به انجام رسیده و بدین‌وسیله از حمایت این پژوهشگاه در انجام این تحقیق تشکر و قدردانی می‌گردد.

مراجع

1. Das, B.M. (2010) *Principles of Geotechnical Engineering*, 7th Ed., Cenage Learning, Stamford, CT.

2. Petterson, K.E. (1916) Kajraset i Gotenborg des 5te Mars 1916 [Collapse of a quay wall at Gothenburg March 5th 1916]. Tek. Tidskr. (in Swedish).

3. Petterson, K.E. (1955) The early history of circular sliding surfaces. *Geotechnique*, **5**(4), 275-296.

4. Fellenius, W. (1936) Calculation of the stability of earth dams. *Proc. of the Second Congress of Large Dams*, Washington, DC, **4**, 445-463.

5. Taylor, D.W. (1948) *Fundamentals of Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, N.Y.

6. Duncan, J.M. (1996) State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, **122**(7), 577-596.

7. Michalowski, R.L. (2002) Stability charts for uniform slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **128**(4), 351-355.

8. Farzaneh, O. and Askari, F. (2003) Three-dimensional analysis of nonhomogeneous slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **129**(2), 137-145.

9. Michalowski, R.L. (1989) Three-dimensional analysis of locally loaded slopes. *Geotechnique*, **39**(1), 27-38.

10. Li, A.J., Merifield, R.S., and Lyamin, A.V. (2009) Limit analysis solutions for three dimensional undrained slopes. *Computers and Geotechnics*, **36**(8), 1330-1351.

11. Gibson, R.E. and Morgenstern, N. (1962) A note on the stability of cuttings in normally consolidated clays. *Geotechnique*, **12**(3), 212-216.

12. Hunter, J.H. and Schuster, R.L. (1968) Stability of simple cuttings in normally consolidated clays. *Geotechnique*, **18**(3), 372-378.

13. Karkanaki, A.R., Ganjian, N., and Askari, F. (2017) Stability analysis and design of cantilever retaining walls with regard to possible failure mechanisms: an upper bound limit analysis approach. *Geotechnical and Geological Engineering*, **35**(3), 1079-1092.

14. Li, X., Su, L., Wu, Y., and He, S. (2015) Seismic stability of gravity retaining walls under combined horizontal and vertical accelerations. *Geotechnical and Geological Engineering*, **33**(1), 161-166.

15. Sheikholeslami, R., Khalili, B.G., Sadollah, A., and Kim, J. (2016) Optimization of reinforced concrete retaining walls via hybrid firefly algorithm with upper bound strategy. *KSCE Journal of Civil Engineering*, **20**(6), 2428-2438.

16. Michalowski, R. (1997) An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations*, **37**(4), 57-64.

17. Michalowski, R.L. (1998) Soil reinforcement for seismic design of geotechnical structures. *Computers and Geotechnics*, **23**(1-2), 1-17.

18. Michalowski, R.L. (1999) Closure to "Stability of Uniformly Reinforced Slopes" by Radoslaw L. Michalowski. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **125**(1), 84-86.

19. Spencer, E. (1967) A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, **17**(1), 11-26.

20. Spencer, E. (1973) Thrust line criterion in embankment stability analysis. *Geotechnique*, **23**(1), 85-100.

21. Taylor, D.W. (1937) Stability of earth slopes. *J. Boston Soc. Civil Engineers*, **24**(3), 197-247.

22. Michalowski, R.L. (1995) Slope stability analysis: a kinematical approach. *Geotechnique*, **45**(2), 283-293.

23. Farzaneh, O., Ganjian, N., and Askari, F. (2010) Rotation–translation mechanisms for upper-bound solution of bearing capacity problems. *Computers and Geotechnics*, **37**(4), 449-455.

24. Yu, H.S., Salgado, R., Sloan, S.W., and Kim, J.M. (1998) Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **124**(1), 1-11.

25. Yu, H.S. and Sloan, S.W. (1991) Lower bound limit analysis of axisymmetric problems using finite elements and linear programming. *Proc. 6th Int. Conf. in Australia on Finite Elements*, **1**, 48-52.

26. Yu, H.S. and Sloan, S.W. (1991) Lower bound limit analysis of plane problems in soil mechanics. *Proc. Int. Conf. of Nonlinear Engineering*

Computations, 329-338.

27. Chugh, A.K. (2003) On the boundary conditions in slope stability analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **27**(11), 905-926.
28. Cassidy, M.J., Uzielli, M., and Lacasse, S. (2008) Probability risk assessment of landslides: A case study at Finneidfjord. *Canadian Geotechnical Journal*, **45**(9), 1250-1267.
29. Sloan, S.W. and Kleeman, P.W. (1995) Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **127**(1-4), 293-314.
30. Drucker, D.C. and Prager, W. (1952) Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, **10**(2), 157-165.
31. Rao, S. (1996) *Engineering Optimization-Theory and Practice*. Wiley.
32. Krabbenhoft, K., Lyamin, A., and Krabbenhoft, J. (2017) *Optum Computational Engineering (OptumG2)* [Computer software]. Retrieved from https://www.optumce.com.

پیوست A

درایه‌های به‌کار رفته در رابطه (۱۱) عبارتند از:

$$a_{11}=\frac{1}{2A}\begin{bmatrix} y_{23} & 0 & y_{31} & 0 & y_{12} & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & x_{13} & 0 & x_{21} \\ x_{32} & y_{23} & x_{13} & y_{31} & x_{21} & y_{12} \end{bmatrix}$$

$$x_1=\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

$$a_{12}=\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & \dots & A_k & \dots & A_p \\ B_1 & B_2 & B_3 & \dots & B_k & \dots & B_p \\ C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_k & \dots & C_p \end{bmatrix} \qquad (۳۲)$$

$$x_2=\begin{Bmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \\ \vdots \\ \dot{\lambda}_k \\ \vdots \\ \dot{\lambda}_p \end{Bmatrix}$$

ضرایب A_k، B_k و C_k در رابطه (۸) تعریف شده‌اند. A مساحت بلوک و $x_{ij}=x_j-x_i$ و $y_{ij}=y_j-y_i$ می‌باشد.

درایه‌های به‌کار رفته در رابطه (۱۳) عبارتند از:

$$a_{12}=\begin{bmatrix} -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta & \sin\theta & -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta & \sin\theta & -\cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$a_{23}=\begin{bmatrix} \frac{1}{\tan\phi_d} & \frac{-1}{\tan\phi_d} & & \\ & & \frac{1}{\tan\phi_d} & \frac{-1}{\tan\phi_d} \end{bmatrix}$$

$$x_3=\begin{Bmatrix} u^+_{12} \\ u^-_{12} \\ u^+_{34} \\ u^-_{34} \end{Bmatrix} \qquad x_3 \ge 0$$

و اینکه در این رابطه $\tan\phi_d=\dfrac{\tan\phi}{Fs}$ می‌باشد، رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$a_{23}=\begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{\tan\phi}{Fs}} & \frac{-1}{\frac{\tan\phi}{Fs}} & & \\ & & \frac{1}{\frac{\tan\phi}{Fs}} & \frac{-1}{\frac{\tan\phi}{Fs}} \end{bmatrix}$$

در این روابط u^+_{ij} و u^-_{ij} امکان اعمال قدر مطلق در رابطه (۱۲) را فراهم می‌کند [۲۹].

ماتریس‌های T_{11} و F_{51} در رابطه (۱۴) به فرم زیر هستند:

$$T_{41}=\frac{1}{2}\left[-t_1 l_{12}\sin\theta_{12} \quad \dots \quad t_1 l_{12}\cos\theta_{12} \quad -t_1 l_{12}\sin\theta_{12} \quad t_1 l_{12}\cos\theta_{12} \quad \dots\right] \qquad (۳۳)$$

$$F_{51}=\frac{1}{3}\times\left[f_{1x}A_1 \quad f_{1y}A_1 \quad f_{1x}A_1 \quad f_{1y}A_1 \quad f_{1x}A_1 \quad f_{1y}A_1 \quad \dots\right] \qquad (۳۴)$$

در روابط اخیر، t_1 مقدار نیروی سطحی وارد بر سطح بین نقاط ۱ و ۲، l_{12} و θ_{12} طول و زاویه تمایل ضلع مرزی بین گره‌های ۱ و ۲،

f_{1x} نیروی حجمی وارد بر بلوک ۱ در راستای x به‌عنوان نمونه می‌تواند نیروی حجمی ناشی از مؤلفه افقی شتاب در حالت شبه‌استاتیکی باشد، f_{1y} نیروی حجمی وارد بر بلوک ۱ در راستای y مانند نیروی حجمی وزن بلوک و A_1 سطح بلوک ۱ است که دارای گره‌های ۱، ۲ و ۳ می‌باشد. چند نقطه که در انتها قرار گرفته، نشان‌دهنده این است که سایر درایه‌های ماتریس شبیه همین حالت، برای سایر بلوک‌ها و نیروهای حجمی آنها و سایر مرزهای دارای بار ادامه می‌یابد.

ماتریس‌های موجود در روابط (۱۶) و (۱۷) به فرم زیر هستند:

$$c_2^T = \frac{2}{3}A(c_{d1}+c_{d2}+c_{d3})\cos\varphi_d[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]$$

$$x_2 = \begin{Bmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \\ \vdots \\ \dot{\lambda}_k \\ \vdots \\ \dot{\lambda}_p \end{Bmatrix}$$

که با در نظر داشتن $c_d = \frac{c}{Fs}$ و $\cos\varphi_d = \frac{Fs}{\sqrt{Fs^2+\tan^2\varphi}}$ رابطه به فرم زیر تبدیل می‌گردد:

$$c_2^T = \left\{\frac{2}{3}A(c_1+c_2+c_3)\left\{\frac{Fs}{\sqrt{Fs^2+\tan^2\varphi}}\right\}[1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]\right\}$$

$$P_c = \frac{1}{Fs}c_2^T x_2$$

$$c_3^T = 1\times \begin{bmatrix} \frac{1}{3}c_{d1}+\frac{1}{6}c_{d2} & \frac{1}{3}c_{d1}+\frac{1}{6}c_{d2} & \frac{1}{6}c_{d1}+\frac{1}{3}c_{d2} & \frac{1}{6}c_{d1}+\frac{1}{3}c_{d2} \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{Bmatrix} u_{12}^+ \\ u_{12}^- \\ u_{34}^+ \\ u_{34}^- \end{Bmatrix}$$

که با در نظر داشتن $c_d = \frac{c}{F_s}$ رابطه به فرم زیر تبدیل می‌گردد:

$$c_3^T = 1\times \begin{bmatrix} \frac{1}{3}c_1+\frac{1}{6}c_2 & \frac{1}{3}c_1+\frac{1}{6}c_2 & \frac{1}{6}c_1+\frac{1}{3}c_2 & \frac{1}{6}c_1+\frac{1}{3}c_2 \end{bmatrix}$$

$$P_d = \frac{1}{F_s}c_3^T x_3$$

Using Plastic Blocks in the Upper Bound Method to Study the Quasi-Static Stability of Earth Slopes

Abbass Khoshzaban[1], Faradjollah Askari[2*] and Orang Farzaneh[3]

1. Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran
2. Associate Professor, Geotechnical Engineering Research Center, International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran, Iran, *Corresponding Author, email: askari@iiees.ac.ir
3. Associate Professor, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

In geotechnical engineering, stability analyses are used to predict the maximum load, which can be supported by a geostructure without inducing the failure. Limit equilibrium, limit analysis, slip-line methods, and displacement finite element method are among the main methods used for performing stability analysis in geotechnical problems. Among the mentioned methods, limit analysis is based on plastic bounding theorems developed, and it assumes small deformations, a perfectly plastic material, and an associated flow rule. Despite the limitations arising from the assumption of a simple purely plastic material model, the ability of limit theorems to provide the bounds on the collapse load is one of their great advantages. This is an important advantage for complex practical problems where the failure load is difficult to estimate by other methods and the maximum error in the solution can be precisely bounded. So far, several studies have been conducted to investigate the stability of earth slopes under different loading conditions using the upper bound limit analysis approach, assuming a failure mechanism consisting of one or several rigid block(s). As the safety factor of the slope stability obtained by the upper bound method is greater than the actual one, the more appropriate failure mechanism led to the lower and closer to actual safety factor. The present study has used the failure mechanism consisted of plastic blocks of which the behavior is closer to reality than rigid blocks; hence, the results have been more appropriate. In this paper, using plastic blocks to determine the safety factor of the slope stability under earthquake loads has been made possible by applying some changes to the Sloan-Kleeman formulation, and a suitable method has been developed to determine the optimal dimensions of plastic blocks using mathematical techniques. Researchers believe that such parameters as the slope height/angle, the slope material strength characteristics and the horizontal acceleration coefficient of the earthquake force can be effectively used to evaluate the slope stability. They have varied the values of these parameters to determine the related safety factor. This paper, too, calculated the mentioned safety factor for various values of the mentioned parameters and compared its results with those of other researchers' upper and lower boundary methods to evaluate the capability of the proposed method. Since the real solution lies between the lower and upper boundary solutions, comparisons are more valid in calculations where the latter are close to each other. Therefore, this paper not only compared its findings with the results of other studies conducted by the OptumG2 software prepared by the related researchers (a version of this software was provided to the authors), but also made more calculations and compared the results with those of the proposed method to allow for better evaluations. All the mentioned comparisons revealed that the accuracy of the proposed method was acceptable in applied problems (differing, generally, by less than 7% from the average results of the upper and lower boundaries). Increased slope angle and the horizontal acceleration coefficient of the earthquake force made the answers obtained from the proposed method closer to reality.

Keywords: Upper Bound Limit Analysis, Plastic Block, Pseudo-Static Loading, Slope Stability, Limit Analysis, Strip Footing